

ÉCOLE CENTRALE DE LYON

STAGE CÉSURE 2013/2014

Reproduction et optimisation de résonateurs d'instruments à vent

Author :
Ghislain GANDOLFI

Supervisor :
Dr. Thomas HÉLIE

Équipe Analyse et Synthèse des Sons

27 septembre 2014

École Centrale de Lyon

Abstract

École Centrale de Lyon

Reproduction et optimisation de résonateurs d'instruments à vent

by Ghislain GANDOLFI

Des travaux récents ont fourni des modèles paramétriques réalistes de tubes acoustiques, qui admettent des représentations en guides d'ondes efficaces adaptées à la simulation en temps réel. Tout dernièrement, des validations expérimentales ont montré la bonne concordance entre des mesures acoustiques et les résultats calculés pour les relevés géométriques de perces.

Dans le cadre du projet ANR CAGIMA, on cherche maintenant à développer des outils (mathématiques, informatiques et pratiques) qui s'appuient sur ces modèles afin de

- reconstruire des versions paramétriques fidèles d'instruments réels mesurés
- optimiser la géométrie au sens de critères d'intérêt (harmonicité, facteur de qualité des résonances, etc)

Le document ci dessous décrit la mise au point de méthodes d'estimation, de critères et de méthodes d'optimisation pour réaliser points 1 et 2. Nous nous intéressons en particulier à générer des structures en guides d'ondes numérique pour les objets construits par la jonction de segments passifs, et nous cherchons à garder la passivité dans les procédure d'approximation optimale...

Acknowledgements

Je tiens à remercier tout d'abord Hugues Vinet, directeur scientifique de l'IRCAM ainsi que Axel Robel, responsable de l'équipe Analyse & Synthèse des Sons dans laquelle j'ai travaillé lors de ces six mois de stage.

Je tiens à remercier tout particulièrement Thomas Hélie qui m'a encadré et qui a su être d'une grande pédagogie et disponibilité plus que ce qu'il me fallait lors de ce stage.

Je remercie chaleureusement toute l'équipe Analyse des sons, où j'ai pu évoluer dans une ambiance amicale et collaborative.

Enfin, je remercie également Jordi Pons y Puig, co-stagiaire de bureau, avec qui j'ai pu nouer une affection particulière.

Table des matières

Abstract	i
Acknowledgements	ii
Contents	iii
List of Figures	vi
List of Tables	vii
I Modélisation paramétrique des résonateurs d'instrument à vent	2
1 Acoustique des résonateurs d'instrument à vent	3
1.1 Description générale d'un instrument	3
1.1.1 Organologie d'un instrument	3
1.1.2 Exemple sur un instrument	3
1.2 Cas des profils à régularité \mathcal{C}^1	5
1.2.1 Géométrie	5
1.2.1.1 Hypothèses et convention	5
1.2.1.2 Équation à abscisse curviligne	5
1.2.1.3 Perte visco-thermiques à la paroi	5
1.2.1.4 Jonction à régularité \mathcal{C}^1 de tronçons à Υ constant par morceau	6
1.2.1.5 Rayonnement d'une portion de sphère pulsante	6
1.2.2 Acoustique	7
1.2.2.1 Matrice de transfert acoustique d'un tronçon	7
1.2.2.2 Impédance de charge	8
1.2.2.3 Immitances acoustiques	8
2 Méthode d'interpolation par Spline	9
2.1 Prédiction acoustique à partir d'un relevé de perce	9
2.1.1 Splines	10
2.1.2 Splines à R''/R constant	10
2.1.2.1 Représentation unifiée	10
2.1.2.2 Concaténation de tronçons.	11
2.1.3 Résultats	12

II	Estimation paramétrique à partir d'impédances cibles	14
3	De l'acoustique à la géométrie	15
3.1	Présentation du problème	15
3.2	Paramètres et espace de configuration	15
3.2.1	Degrés de liberté	15
3.2.2	Contraintes supplémentaires	16
3.3	Élaboration d'une fonction coût	18
3.3.1	Erreur quadratique à pondération	18
3.3.2	Alignement de résonances et d'anti-résonances	18
3.3.3	Proposition d'options pratiques de lutherie	19
3.3.4	Bilan et remarques	19
3.4	Algorithme	20
3.4.1	Algorithme proposé	20
4	Clonage d'instrument	21
4.1	Premiers résultats	21
4.1.1	Test académique	21
4.2	"Clonage" d'instrument à impédance mesuré	22
4.2.1	Pavillon d'un trombone (Courtois 155R)	22
4.2.2	Cas d'un pavillon de clarinette	23
4.3	Optimisation de perces sur des cibles simples ou idéalisées	24
4.3.1	Impédance idéale d'un cône	24
4.3.1.1	Matrice de transfert d'un tronc de cône	24
4.3.1.2	Impédance de charge	25
4.3.1.3	Résultats	25
5	Conclusion	26
5.1	Perspectives	26
A	Introduction au splines	27
A.1	Rappels sur les splines polynomiaux	27
A.2	Exemple explicatif	27
A.2.1	Degrés de liberté	28
A.2.2	Base adaptée	28
B	Knowledge Management	29
B.1	Besoin	29
B.2	Conventions, Variables de Kirchhoff, systèmes élémentaires et principe de connexion	30
B.2.0.1	Quelques éléments d'analyse complexe	30
B.2.0.2	Variables de Kirchhoff, systèmes multi-ports et convention	30
B.3	Constantes physiques utilisées et notations	30
B.3.1	Constitution d'un dictionnaire de composants	32
B.4	Dictionnaire	32
B.4.1	Tronçon à $R''/R = \Upsilon$ constant	34

B.4.2	Tube à $R''/R = \Upsilon$ constant par morceau	35
B.4.3	Jonction à N portes	36
B.4.4	Coudes	38
B.4.5	Embouchure	39
B.4.6	Trous cylindriques	41
B.4.7	Trous non cylindriques	43
B.4.8	Rayonnement d'une sphère pulsante	44
B.5	Composants supplémentaires	45
B.5.1	Jonction et trou	45
B.5.2	L'embouchure	45
	mise en équation de l'embouchure	45
B.6	L'embouchure	46
	B.6.0.1 Equation approchée	46
B.7	Format de transmission de données	48
	B.7.1 Objectifs	48
	B.7.2 Le XML	48
	B.7.2.1 Le XSD	48
C	Résolution des splines non linéaires	49
	C.1 Continuité de la dérivée	49
	C.2 Monotonie de la fonction	50
	Bibliographie	52

Table des figures

1.1	Instrument de musique fantaisiste	4
1.2	Décomposition d'un instrument à vent	4
1.3	Changement d'abscisse (axiale à curviligne)	5
1.4	Rayonnement d'une sphère pulsante	6
2.1	Illustration des Splines	9
2.2	Représentation de la fonction S_Υ	10
2.3	Exemple d'un tronçon pour $R_g = 2$, $R_d = 5$ et plusieurs valeurs de Υ	11
2.4	Description de la géométrie d'un instrument par 5 tronçons à Υ constant	12
4.1	Impédance acoustique d'entrée de l'instrument théorique	21
4.2	Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation	22
4.3	Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation avec R_0	23
4.4	Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation sans CU sur R_0	23
4.5	Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation avec R_0	24
4.6	Description d'un cône	25
4.7	Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation avec R_0 sur une impédance idéale	25
B.1	Jonction à N portes	45

Liste des tableaux

3.1	Description de l'espace de configuration pour N tronçons : paramètres et contraintes avec bilan des degrés de libertés (DDL).	16
3.2	Erreurs quadratiques E considérées : Z_{mod} et R_{mod} sont les modèles, Z_{mes} et R_{mes} sont les cibles, et σ^2 représente la variance des erreurs de mesures sur les cibles.	18
3.3	Contraintes d'alignement de fréquences de résonances et d'anti-résonances, contraintes imposables par l'utilisateur, et bilan des degrés de liberté. . .	19
B.1	Constantes physiques de l'air	31

Introduction

La modélisation des instruments à vent intéresse les physiciens depuis de nombreuses années. Avec l'arrivée des ordinateurs de plus en plus performants, l'avancée des technologies sur la synthèse sonore se fait de manière exponentielle, et permet de concevoir des modèles de plus en plus fidèle à la réalité par des longs calculs. Dès lors, nous cherchons à présent à développer des outils permettant la reconstruction paramétrique d'instruments réels mesurés, d'optimiser la géométrie au sens de critères d'intérêt, tel que l'harmonicité, le facteur de qualité de résonance ou la position des pics, pour fournir des versions virtuelles d'instruments.

Objectifs du Stage

Mes objectifs sur ce stage étaient multiples. Après une étude bibliographique et une compréhension des modèles et méthodes utilisées, j'ai continué le travail de Thomas Hézard sur les tronçons à pente douce en implémentant en Matlab de nouveaux algorithmes ainsi que de nouvelles descriptions de perces pour l'estimation de la géométrie de la perce à partir d'impédance acoustique d'entrée mesurée. Parallèlement, j'ai pu travailler sur l'élaboration de nouveaux modèles de composants d'instruments à vent. J'ai pu également faire la synthèse des modèles déjà existant pour créer une nomenclature concise et claire, dans le but de créer un dictionnaire de composant prêt à l'emploi et utilisable de manière simple. Enfin, une proposition de format de transmission de donnée informatique est proposé pour décrire la géométrie d'un instrument.

Première partie

Modélisation paramétrique des résonateurs d'instrument à vent

Chapitre 1

Acoustique des résonateurs d'instrument à vent

1.1 Description générale d'un instrument

1.1.1 Organologie d'un instrument

Un instrument à vent peut être modélisé par un réseau de systèmes connectés les uns aux autres. Cette approche est possible lorsque nous travaillons sur des systèmes dynamiques décrits mathématiquement par un ensemble d'équations aux dérivées partielles, et est apparu pour les systèmes acoustiques dans les années 1980, appelée Digital Guide Network.

Par la suite, nous construisons des instrument basé sur une approche identique à celle des guides d'ondes. Nous utilisons cependant des modèle différents, présenté dans [2.1](#).

1.1.2 Exemple sur un instrument

Nous décomposons un instrument comme présenté dans la figure [1.1](#) Nous pouvons décomposer l'instrument par :

- Un exciteur (ici les lèvres du musicien),
- Une embouchure,
- Un bec,
- des tubes (droits, coniques...),
- des pistons,
- des trous,

- un pavillon de sortie,
- etc...

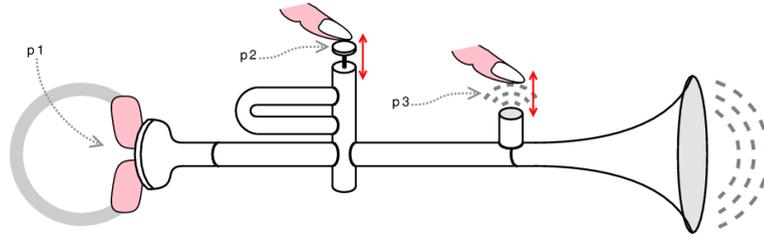


FIGURE 1.1: Instrument de musique fantaisiste

Nous pouvons décrire un instrument sous plusieurs angle. La géométrie de l'instrument, et plus particulièrement de la perce, sera la partie qui sera étudiée dans ce rapport. L'étude de la production du son d'un instrument demande un travail sur la partie excitatrice, comme par exemple l'étude d'un jet, mais nous n'étudierons pas cette voie là dans ce présent document.

Un instrument peut avoir différentes géométries ; il peut être droit comme une flute traversière, ou plus ou moins coudé, comme un saxophone ou un cor. La perce peut être droite, conique, évasé, concave, elle peut disposer de trous, de pistons... Tous ces éléments entreront en jeu quant à la sonorité de l'instrument. Chaque élément de l'instrument jouant un rôle sur l'acoustique de celui-ci, il est intéressant d'étudier individuellement un élément pour comprendre dans son ensemble l'instrument. La figure 1.2 décrit la composition d'un instrument à vent fantaisiste .

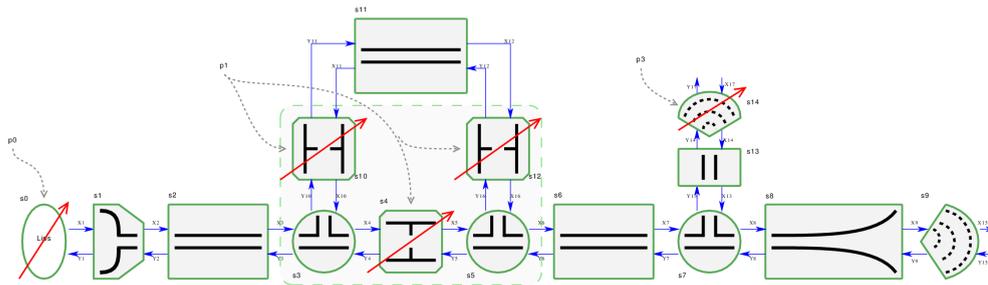


FIGURE 1.2: Décomposition d'un instrument à vent

Cette décomposition amène à travailler sur des variables utiles à chaque jonction d'élément. Le lien entre chaque variables aux extrémités des éléments sera détaillé en 1.2.2.1, et plus de détails sur la composition d'un instrument sera vu en B.3.1.

1.2 Cas des profils à régularité C^1

1.2.1 Géométrie

1.2.1.1 Hypothèses et convention

Le cas de profils de perce à régularité C^1 a été étudié par Thomas Hélie [1] dont une synthèse est présentée ci dessous. Ce modèle repose sur 4 ingrédients, à savoir, une description de la perce en abscisse curviligne (§ 1.2.1.2), des perces à Υ constant (§ 1.2.1.4), un modèle de rayonnement d'une sphère pulsante (§ 1.2.1.5) et des pertes visco-thermiques à la paroi (§ 1.2.1.3).

1.2.1.2 Équation à abscisse curviligne

La géométrie de la perce n'est plus pris selon un axe horizontal, mais à abscisse curviligne, permettant de mesurer la longueur de la paroi. Par la suite, sauf mention contraire, la description des perces sera toujours donnée selon l'abscisse curviligne ℓ plutôt que l'abscisse axiale z . Pour passer d'une description à l'autre nous utilisons la relation :

$$\ell \mapsto \mathcal{R}(\ell) = R(z = L^{-1}(\ell)) \quad \text{avec} \quad L(z) = \int_0^z \sqrt{1 + [R'(z)]^2} dz$$

où $z \mapsto R(z)$ est le rayon de la perce selon l'abscisse axiale z .

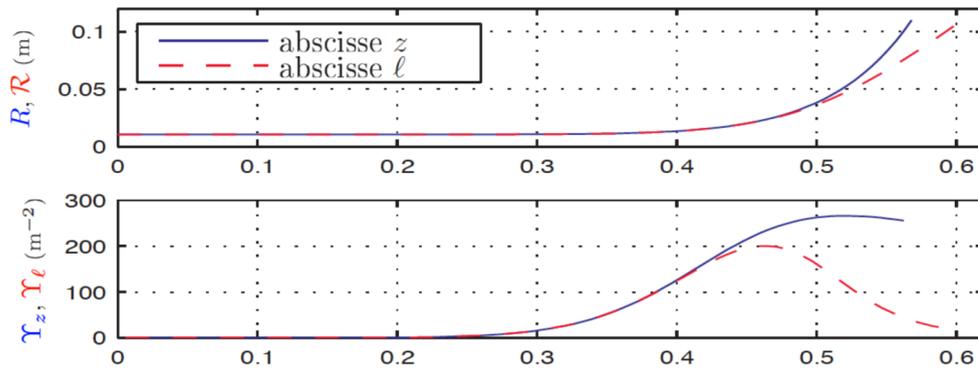


FIGURE 1.3: Changement d'abscisse (axiale à curviligne)

1.2.1.3 Perte visco-thermiques à la paroi

Pour des tubes larges, sous les hypothèses décrites en [2] nous obtenons un modèle acoustique suivant (dit de "Webster-Lokshin") à abscisse curviligne) :

$$\left[\left(\left(\frac{s}{c_0} \right)^2 + 2\epsilon(l) \left(\frac{s}{c_0} \right)^{\frac{2}{3}} \right) - \partial_t^2 \right] \{r(l)P(l, s)\} = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho_0 s \frac{U(l, s)}{S(l)} + \partial_l^2 P(l, s) = 0 \quad (1.2)$$

où $s \in \mathcal{C}$ est la variable de Laplace, $r(l)$ est le rayon du tube, $S(l) = \pi r(l)^2$ est la section du tube, et $\Upsilon = \mathcal{R}''(l)/\mathcal{R}(l)$ est la courbure de la paroi. $P(l, s)$ et $U(l, s)$ sont respectivement la pression et le débit acoustique. Le coefficient $\varepsilon = \varepsilon^* \frac{\sqrt{1-(\mathcal{R}')^2}}{\mathcal{R}}$ avec $\varepsilon^* \approx 3.125 \times 10^{-4} \text{ m}^{\frac{1}{2}}$ quantifie les pertes visco-thermiques et sera approché par sa valeur moyenne dans chaque tronçons.

1.2.1.4 Jonction à régularité \mathcal{C}^1 de tronçons à Υ constant par morceau

La résolution analytique des équations 1.1 et 1.2 n'est possible que pour des courbures constantes, c'est à dire lorsque Υ est constant. Ainsi, selon le signe de Υ , le profil d'un tronçon est donné par :

$$\mathcal{R}(l) = A \cos(\sqrt{-\Upsilon}l) + B \sin(\sqrt{-\Upsilon}l), \text{ pour } \Upsilon < 0$$

$$\mathcal{R}(l) = A + Bl, \text{ pour } \Upsilon = 0$$

$$\mathcal{R}(l) = A \cosh(\sqrt{\Upsilon}l) + B \sinh(\sqrt{\Upsilon}l), \text{ pour } \Upsilon > 0$$

Une version unifiée de ces trois formules est rappelée dans le chapitre (§ 2.1.2)

1.2.1.5 Rayonnement d'une portion de sphère pulsante

Pour modéliser le rayonnement d'un instrument par un pavillon, et l'utiliser pour charger le dernier tronçon par une impédance qui prend en compte la courbure des fronts [2] nous utilisons le rayonnement d'une portion de sphère pulsante.

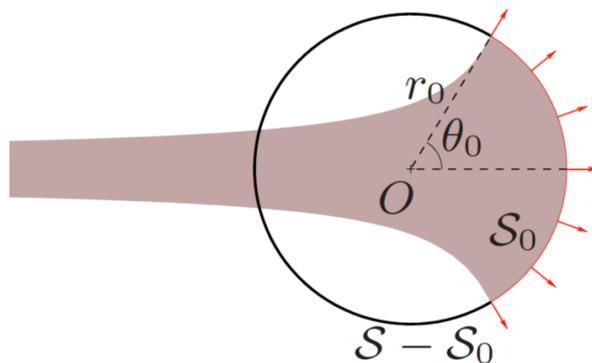


FIGURE 1.4: Rayonnement d'une sphère pulsante

Le modèle prend en paramètre le rayon de la sphère r_0 et l'angle du cône tangent à la sortie du pavillon, noté θ_0 . Le modèle retenu est un passe haut d'ordre 2. Les résultats retenus sont détaillés également dans le dictionnaire de composants.

1.2.2 Acoustique

1.2.2.1 Matrice de transfert acoustique d'un tronçon

Par les équations mises en jeu il est possible de déterminer les matrices de transfert de la perce, et d'utiliser le modèle de charge pour connaître les immitances acoustiques utiles pour nos calculs.

En notant $X_i(s) = [P(l_i, s), V(l_i, s)]^T$, $\theta = \frac{R_d}{R_g}$, $\zeta_i = \frac{R'_i}{R_i} L$ et $\underline{s} = \frac{sL}{c_0}$ une résolution d'un tronçon de tube à Υ et ϵ constant conduit à :

$$X_{i+1}(s) = \mathbb{T}_i(s) X_i(s)$$

où $\mathbb{T}_i(s) = e^{-\theta} \mathbb{I}_2 \mathbb{M}_i$ est une matrice de déterminant $e^{-\theta}$ et, en notant $\Delta(z) = [\phi_1(z), \phi_2(z)]^T$ où $\phi_1(z) = \cosh(\sqrt{z})$ et $\phi_2(z) = \frac{\sinh(\sqrt{z})}{\sqrt{z}}$:

$$[\mathbb{M}_i]_{11} = [1, \underline{\zeta}_g] \Delta(\underline{\Gamma}(s)^2)$$

$$[\mathbb{M}_i]_{22} = [1, -\underline{\zeta}_d] \Delta(\underline{\Gamma}(s)^2)$$

$$[\mathbb{M}_i]_{12} = [0, -\rho_0 c_0 \underline{s}] \Delta(\underline{\Gamma}(s)^2)$$

$$[\mathbb{M}_i]_{21} = \left[\frac{\underline{\zeta}_d - \underline{\zeta}_g}{\rho_0 c_0 \underline{s}}, \frac{\underline{\zeta}_d \underline{\zeta}_g - \underline{\Gamma}(s)^2}{\rho_0 c_0 \underline{s}} \right] \Delta(\underline{\Gamma}(s)^2)$$

où $\underline{\Gamma}(s) = \Gamma(s) L$, et $\Gamma(s)$ est une racine carrée de $(\frac{s}{c})^2 + 2\epsilon(\frac{s}{c})^{\frac{2}{3}} + \Upsilon$.

Matrice de transfert acoustique globale Selon le point de vue acoustique, le raccord de deux tronçons se fait en écrivant la continuité de l'état acoustique X_i à la jonction. Cette continuité se fait uniquement lorsque le raccord est C^1 . On en déduit par itération que l'état X_N est lié à l'état X_0 par l'équation $X_N(s) = \mathbb{T}_{N,1}(s) X_0(s)$ avec

$$\mathbb{T}_{N,1}(s) = \mathbb{T}_N(s) \mathbb{T}_{N-1}(s) \dots \mathbb{T}_1(s) \quad (1.3)$$

Nous retrouvons bien sur le formalisme standard en produits de matrices de transfert comme dans le cas d'un raccord de tubes droits sous l'hypothèse d'ondes planes.

1.2.2.2 Impédance de charge

Il est possible de déterminer l'impédance d'entrée de l'instrument si l'on connaît l'impédance de charge qui modélise le rayonnement de celui-ci. Le modèle retenu nous donne une forme paramétrique de l'impédance de charge $Z_{ray} = \frac{P(l_N, s)}{U(l_N, s)}$, à partir de laquelle on établit la relation :

$$X_N(s) = U(l_N, s) [Z_{ray}, 1]^T$$

En notant $Z_{in} = \frac{P(l_0, s)}{U(l_0, s)}$ l'impédance acoustique d'entrée nous obtenons la relation

$$Z_{in} = [\mathbb{T}_{N,1}(s)]^{-1} Z_{ray} \quad (1.4)$$

1.2.2.3 Immitances acoustiques

dont la version adimensionnée est donnée par $Z_{in} = \frac{\rho_0 c_0}{S_0} Z_{in}^{ac}$ où S_0 est l'aire de section d'entrée. Nous pouvons à présent établir les immitances acoustiques dont nous aurons besoin, à partir de l'impédance acoustique d'entrée de l'instrument. L'admittance acoustique adimensionnée est définie par

$$Y_{in} = 1/Z_{in}. \quad (1.5)$$

La fonction de réflexion à l'entrée est définie par

$$R = \frac{Z_{in} - 1}{Z_{in} + 1}. \quad (1.6)$$

Elle correspond à la fonction de transfert que subirait une onde plane aller (voyageant dans un tube droit conservatif de section S_0) au niveau de l'entrée de la perce, pour fournir l'onde retour associée.

Chapitre 2

Méthode d'interpolation par Spline

2.1 Prédiction acoustique à partir d'un relevé de perce

Dans ce chapitre nous continuons les travaux commencé par Thomas Hézard ?? fait lors de son deuxième stage. Un algorithme pouvait, à partir d'un relevé de point d'une perce construire une perce \mathcal{C}^1 à Υ constant par morceau en se rapprochant le plus possible de ces points, et de donner l'impédance acoustique d'entrée théorique. Notre approche, sensiblement identique, cherche à construire une perce \mathcal{C}^1 à Υ constant par morceau mais en passant exactement par les relevés de points. Pour cela nous réintroduisons la notion de spline.

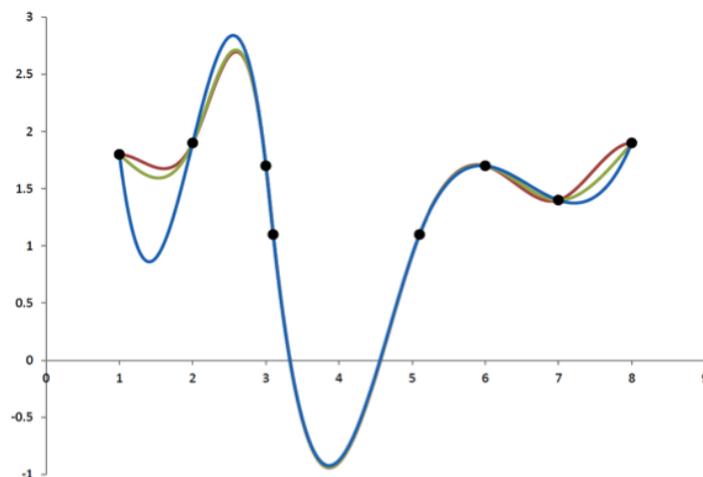


FIGURE 2.1: Illustration des Splines

2.1.1 Splines

Dans cette partie, la notion de spline est utilisée pour interpoler un relevé de points d'une perce d'un instrument, réel ou théorique, afin d'obtenir la description paramétrique de la perce d'un instrument. Une introduction au Spline est donnée en annexe A, avec étude de degré de liberté et de base adaptée aux problèmes polynomiaux.

2.1.2 Splines à R''/R constant

2.1.2.1 Représentation unifiée

Nous traitons ici les perces axi-symétriques à profil doux (de régularité C^1) à paramètre Υ constant par morceau. Le profil $\mathcal{R}(\ell)$ de chaque tronçon sur lequel Υ est constant peut être représenté par l'une des trois formules de (§ 1.2.1.4) Une autre représentation unifiée repose sur la fonction suivante :

$$S_{\Upsilon}(x) = \frac{\sinh(\Upsilon x)}{\sinh(\Upsilon)} \quad (2.1)$$

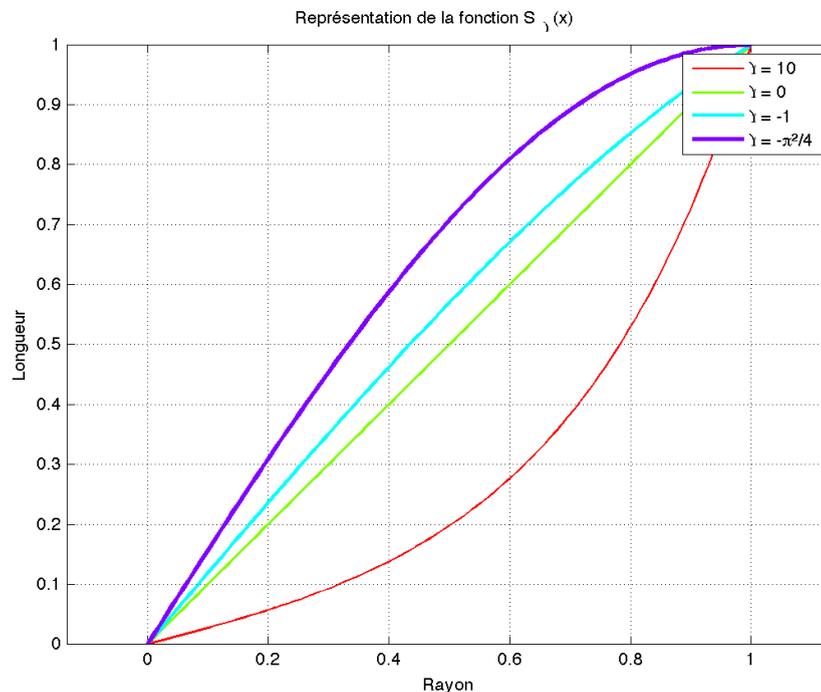


FIGURE 2.2: Représentation de la fonction S_{Υ}

En effet, cette fonction permet de s'affranchir du signe Υ et de donner une représentation du profil d'une perce complète avec une méthode de type "splines". Ainsi, pour un

tronçon de longueur unitaire $L = 1$, le profil \mathcal{R} s'écrit simplement sous la forme suivante :

$$\mathcal{R}(X) = R_g S_\omega(1 - X) + R_d S_\omega(X) \text{ avec } \omega^2 = \Upsilon^2 L, \quad (2.2)$$

où X décrit la perce, où $R_g = \mathcal{R}(0)$ et $R_d = \mathcal{R}(1)$ sont les rayons à gauche et à droite du tronçon, respectivement. Lorsque ω est complexe nous obtenons une fonction sinus, lorsque ω est réel, nous obtenons une fonction. Enfin, pour ω nul :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} S_\omega(x) = x \quad (2.3)$$

Ce qui nous permet bien de décrire les trois types de perce (§ 1.2.1.4).

Lorsqu'un tronçon est localisé sur un segment non unitaire ($\ell \in [\ell_g, \ell_d]$), on revient à une échelle unitaire en ramenant ℓ à X via le changement de variable

$$X(\ell) = \frac{\ell - \ell_g}{\ell_d - \ell_g} = \frac{\ell - \ell_g}{L} \text{ où } \ell \in [\ell_g, \ell_d] \text{ décrit le tronçon.}$$

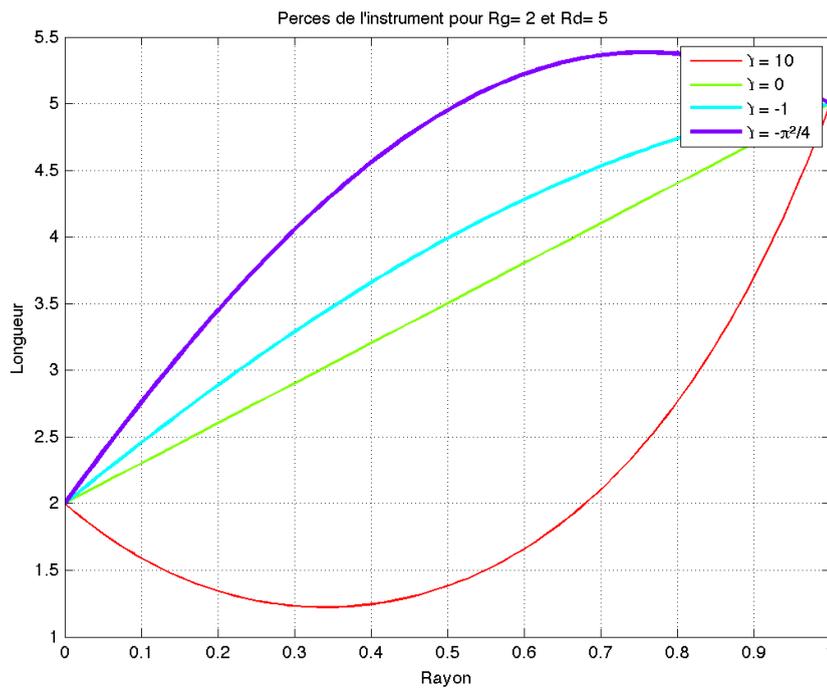


FIGURE 2.3: Exemple d'un tronçon pour $R_g = 2$, $R_d = 5$ et plusieurs valeurs de Υ

2.1.2.2 Concaténation de tronçons.

A présent nous souhaitons utiliser la méthode des splines sur notre modèle de perce, c'est à dire à Υ constant par morceau. Dès lors, nous ne pouvons pas utiliser de polynômes

d'ordre quelconque car nous sommes sur des équations non linéaires(Il n'existe aucun polynome non nul tel que $P''(X)=P(X)$). Nous décrivons un instrument avec plusieurs tronçons à Υ -constant. Pour avoir un profil doux de régularité \mathcal{C}^1 , nous devons, d'une part, équaler les rayons entre les tronçons, ce qui se fait facilement avec la description (2.2), d'autre part, nous devons équaler la dérivée aux points de jonctions des tronçons. Si nous décrivons une perce avec N tronçons d'extrémités $\ell_0 < \ell_1 < \dots < \ell_N$, nous aurons à chaque jonction $1 \leq n \leq N - 1$:

$$\frac{\mathcal{R}'_{n-1}(1)}{(\ell_n - \ell_{n-1})} = \frac{\mathcal{R}'_n(0)}{\ell_{n+1} - \ell_n},$$

où \mathcal{R}_n correspond au modèle (2.2) du n^{ieme} tronçon. Ce problème typique des splines est ici non linéaire, contrairement aux splines polynomiales standard. Il a été résolu et est donnée en Annexe C. Celui-ci se ramène à une équation implicite du type

$$f(a, \omega^2) - b = 0 \text{ où } a = R_n/R_{n-1}, b = R'_n/R'_{n-1} \quad (2.4)$$

qu'il faut résoudre selon ω^2 (le paramètre géométrique défini dans (2.2)). On montre que $x \mapsto f(a, x)$ est bijective de $]-(\pi/2)^2, +\infty[$ sur \mathbb{R} de sorte qu'il y a existence et unicité de la solution. Cette résolution a été implantée sous Matlab et une fonction d'interpolation \mathcal{C}^1 par splines à paramètres Υ constant par morceaux a ainsi pu être construite.

La figure 2.4 détaille les notations prises pour la description des perces. Nous pouvons à l'aide de 5 tronçons décrire entièrement la géométrie de la perce.

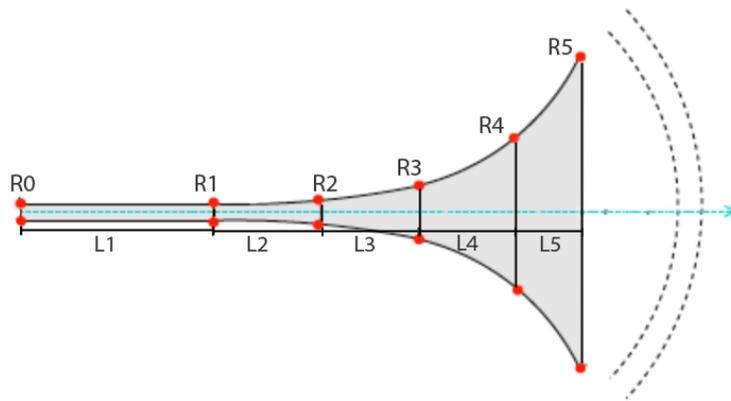


FIGURE 2.4: Description de la géométrie d'un instrument par 5 tronçons à Υ constant

2.1.3 Résultats

J'ai implémenté sous Matlab la méthode des splines adaptées à notre modèle pour obtenir une perce à pente douce selon un relevé de point. La recherche de ω se fait avec la fonction `fsearch` de Matlab. Une petite étude de résolution de la fonction nous montrait

qualitativement que nous la plage des rayons à prendre était largement supérieure à celle sur laquelle nous allions travailler.

Dans un premier temps j'ai fixé T_0 , étant notre unique degré de liberté. J'ai pu obtenir des perces oscillantes autour des points de relevé. J'ai donc utilisé une optimisation au sens des moindres carrés pour obtenir une perce à profil doux s'approchant au mieux d'une description en cône.

Il était à présent possible de prédire l'acoustique (par l'impédance d'entrée acoustique) grâce à un relevé de point d'une perce. Cette méthode est crucial pour l'aide à la lutherie.

Deuxième partie

Estimation paramétrique à partir d'impédances cibles

Chapitre 3

De l'acoustique à la géométrie

3.1 Présentation du problème

Dans cette partie, je devais trouver un moyen de déterminer la perce d'un instrument à partir de la mesure d'une impédance d'entrée acoustique. Pour résoudre ce type de problème, il existe des méthodes non paramétriques de reconstruction dont celle par réflectométrie (voir [3–5]). Ces méthodes détectent assez efficacement des changements abrupts dans les profils. Dans cette partie, nous nous intéressons au cas de perces axi-symétriques à profil régulier (\mathcal{C}^1), cas typique des pavillons. Afin de régulariser ce problème délicat, une méthode paramétrique est envisagée. Cette méthode et de premiers résultats sont présentés en respectant le plan suivant : un bref rappel du modèle considéré est d'abord donné ; la méthode d'estimation à partir d'une impédance cible est conçue ; des résultats de son application sont donnés. Outre les problèmes de mesure, non évoqués dans ce rapport, nous travaillons sur un système non linéaire dans un espace qui semble non convexe. Il n'existe donc aucun solveur exact du minimum global.

3.2 Paramètres et espace de configuration

3.2.1 Degrés de liberté

Notre modèle est composé de plusieurs tronçons concaténés et d'une impédance de rayonnement. Les constantes physiques sont supposées fixées. Les paramètres géométriques de ce modèle sont, pour chaque tronçon :

- Les rayons R_d et R_g aux extrémités,
- La longueur L ,
- La valeur de Υ .

Les paramètres géométriques du modèle de rayonnement, c'est à dire le rayon de sphère ainsi que l'angle du pavillon, se déduisent directement de la géométrie du dernier tronçon. Ainsi, sur ces $4N$ paramètres pour N tronçons, les raccords géométriques à régularité \mathcal{C}^1 imposent $2(N - 1)$ contraintes. En conclusion, le nombre de degrés de liberté de notre modèle à N tronçons est :

$$4N - 2(N - 1) = 2N + 2 \text{ degrés de liberté.} \quad (3.1)$$

Les paramètres libres sont choisis comme suit : les rayons R_n aux jonctions et aux extrémités ($N+1$), les longueurs L_n des tronçons (N), et la pente à l'origine du premier tronçon (1). Ce dernier est choisi dans un souci de faciliter l'implémentation de la concaténation de plusieurs tronçons.

3.2.2 Contraintes supplémentaires

Par ailleurs, ces paramètres doivent être compatibles avec un domaine de validité pour des raisons structurelles (rayons positifs, pente maximale verticale soit $|\mathcal{R}'| \leq 1$ pour les abscisses curvilignes) ou de validité d'approximation physique (tube non capillaire, profil à rayon de courbure suffisamment grand, etc) ou même de bon sens pratique ($2\text{mm} < R < R_{max}$ défini par le facteur d'instrument, longueur de tronçon suffisamment grande, etc).

Dans ce travail, nous considérons de plus la classe des profils sans chambre convexe (tubes droits, coniques ou évasés) de sorte que $\Upsilon \geq 0$. L'espace de configuration est résumé dans le tableau 3.1.

Paramètres	Contrainte	DDL
R_n	$\geq R_{min} = 2.10^{-3} \text{ m}$	$+2N$
L_n	$\geq L_{min} = 5.10^{-3} \text{ m}$	$+N$
Υ_n	positif ou nul	$+N$
structurel	continuité	$-N + 1$
structurel	dérivée continues	$-N + 1$
structurel	$\text{abs}(\mathcal{R}') \leq 1$	0

TABLE 3.1: Description de l'espace de configuration pour N tronçons : paramètres et contraintes avec bilan des degrés de libertés (DDL).

Enfin, il est également possible de fixer , par exemple, le rayon d'entrée d'un tronçon, ou la pente de d'entrée. En effet, s'il peut arriver que l'algorithme donne une bonne estimation d'un géométrie, il peut être plus intéressant de fixer certaines valeurs qui seront connues par les facteurs d'instrument.

3.3 Élaboration d'une fonction coût

3.3.1 Erreur quadratique à pondération

La mesure de proximité entre une cible acoustique et le modèle est effectuée par une fonction de coût de type *erreur quadratique pondérée* de la forme :

$$\mathcal{C}(\Theta) = \int_{f_{min}}^{f_{max}} E_{\Theta}(f)W(f) df, \quad (3.2)$$

où $[f_{min}, f_{max}]$ est la plage fréquentielle sur laquelle une erreur quadratique $E_{\Theta}(f)$ entre la cible et le modèle (de paramètres Θ) est à minimiser avec une pondération locale $W(f)$ ($W(f) = 1$ pour une pondération uniforme).

Plusieurs alternatives peuvent être considérées : (i) écarts entre les impédances d'entrée normalisées $Z = (P/V)/(\rho_0 c_0)$ ou entre les fonctions de réflexion associées $R = (Z - 1)/(Z + 1)$; (ii) erreurs de plusieurs types (erreur quadratique simple, relative, ou relative ajustée pour une variance d'erreur de mesure connue). Ces alternatives sont résumées dans le tableau 3.2.

	Erreur quadratique		
	simple	relative	rel. ajustée
Z_{mod}	$ Z_{mod} - Z_{mes} ^2$	$ 1 - \frac{Z_{mod}}{Z_{mes}} ^2$	$ 1 - \frac{Z_{mod} \overline{Z_{mes}}}{ Z_{mes} ^2 + \sigma^2} ^2$
R_{in}	$ R_{mod} - R_{mes} ^2$	$ 1 - \frac{R_{mod}}{R_{mes}} ^2$	$ 1 - \frac{R_{mod} R_{mes}}{R_{mes} + \sigma^2} ^2$

TABLE 3.2: Erreurs quadratiques E considérées : Z_{mod} et R_{mod} sont les modèles, Z_{mes} et R_{mes} sont les cibles, et σ^2 représente la variance des erreurs de mesures sur les cibles.

3.3.2 Alignement de résonances et d'anti-résonances

Un premier point crucial pour notre objectif est de représenter exactement (a) ou "correctement" (b) les premières fréquences de résonance (/anti-résonance) des cibles. Celles-ci sont calculées comme étant les fréquences pour lesquelles la phase de l'impédance passe par 0 en décroissant (/croissant).

Pour atteindre cet objectif, deux démarches sont mises en place. La première démarche (a) est d'adjoindre au critère (3.2) autant de contraintes d'égalité que de fréquences à représenter exactement. Dans la suite, ces Contraintes de passage de la Phase par Zéro pour un ensemble de pics choisis sont notées (CPZ).

La seconde démarche (b) est de pondérer le critère par une fonction W adéquate, de sorte de favoriser les zones résonantes et anti-résonantes. Un choix adapté à cet objectif est par exemple

$$W(f) = \frac{\Re(X_{mes}(f))^2}{|X_{mes}(f)|^2} = \cos^2(\arg(X_{mes}(f))) \quad (3.3)$$

où X_{mes} représente les cibles Z_{mes} ou R_{mes} .

Remarquons qu'une troisième démarche consisterait à adjoindre à la fonction de coût une fonction de pénalisation mesurant l'écart entre les fréquences cibles et les fréquences du modèle. Celle-ci n'a pas été considérée ici.

3.3.3 Proposition d'options pratiques de lutherie

Un second point déterminant est que, pour des raisons spécifiques pratiques, l'utilisateur de l'outil peut souhaiter fixer certains paramètres géométriques tels que le rayon d'entrée, de sortie, la longueur totale, la pente du profil à l'origine, etc. Ces Contraintes imposées par l'Utilisateur sont notées (CU).

3.3.4 Bilan et remarques

L'ensemble des contraintes (CPZ) et (CU) est résumé dans le tableau 3.3. Chaque alignement de fréquence de résonance et chaque contrainte utilisateur réduit de un le nombre de degrés de liberté.

Paramètres	Contrainte	DDL
K_1 fréquences (résonance/anti)	$\arg[Z_{mod}(f_k)] = 0$ t.q. $\arg[Z_{mes}(f_k)] = 0$	$-K_1$ ajustable
R_0, R'_0, R_N , etc	fixés ou libérés	(ajust.) $-K_2$

TABLE 3.3: Contraintes d'alignement de fréquences de résonances et d'anti-résonances, contraintes imposables par l'utilisateur, et bilan des degrés de liberté.

En pratique, pour $K = K_1 + K_2$ contraintes, il convient de veiller à laisser suffisamment de degrés de liberté $2N + 2 - K$: ils fournissent à l'optimiseur les moyens d'action que l'on doit rendre suffisants pour permettre une décroissance significative de l'erreur quadratique globale répartie sur la plage fréquentielle $[f_{min}, f_{max}]$.

3.4 Algorithme

3.4.1 Algorithme proposé

Dans le but réduire les difficultés dues à la non-convexité et la non-linéarité du problème d'optimisation, nous avons mené de premières études numériques sur des données calculées par notre modèle puis dégradées (une illustration simple est donnée en § 4.1.1). Celles-ci nous ont conduit à exploiter les différentes qualités des fonctions de coût et des contraintes proposées ci-dessus, en observant : (i) la variabilité et la sensibilité aux conditions initiales (bonnes ou mauvaises) des optima atteints ; (ii) la qualité de l'optimum atteint pour chaque fonction de coût lorsque l'initialisation est au voisinage des bons paramètres.

Ainsi, notre méthode d'estimation est élaborée comme une séquence d'optimisations de fonctions de coût à exigences progressives : à chaque étape, l'initialisation prise est le résultat de l'étape précédente. Les contraintes dues à l'espace de configuration et à l'utilisateur (CU) sont considérées dès l'étape 1. Les contraintes (CPZ) sont introduites dans la seconde étape. Ces optimisations sous contraintes sont toutes assurées par l'algorithme SQP [6] dont une réalisation est disponible dans l'environnement Matlab (fonction `fmincons`).

Notre algorithme est constitué de la séquence suivante :

(Etape 0) Choix d'une initialisation grossière,

(typiquement, un ensemble de tronçons droits de longueur totale ajustée sur le premier pic, ou un réglage heuristique par essais/comparaisons fournissant des premiers pics jugés assez proches des pics estimés)

(Etape 1) Optimisation de l'erreur quadratique relative ajustée, appliquée à l'impédance acoustique Z avec les contraintes (EC) et (CU) seules,

(Etape 2) Optimisation pour la fonction de coût appliquée à la fonction de réflexion R avec toutes les contraintes (EC), (CU) et (CPZ),.

Dans cette séquence, la fonction de pondération W est considérée comme un paramètre : elle peut être choisie uniforme ou comme définie en (3.3), pour tout l'algorithme.

Chapitre 4

Clonage d'instrument

4.1 Premiers résultats

4.1.1 Test académique

Pour cette première illustration basique, un profil académique est construit et son impédance acoustique d'entrée est calculée. L'initialisation (étape 0) est choisie légèrement différente des paramètres originaux comme représenté en figure 4.1, et aucune contrainte (CU) n'est utilisée. L'algorithme d'estimation retrouve facilement la cible, et de façon parfaite dès l'étape 2 (qui inclut (CPZ)). Les résultats acoustiques sont décrits en figure 4.1.

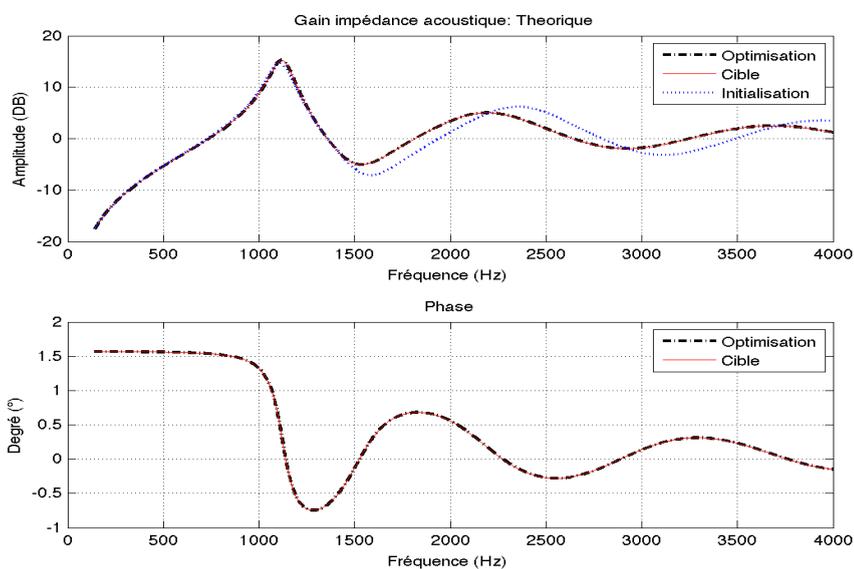


FIGURE 4.1: Impédance acoustique d'entrée de l'instrument théorique

4.2 ”Clonage” d'instrument à impédance mesuré

L'algorithme étant développé, je devais l'utiliser pour retrouver la perce d'instrument réel. Dans un premier temps, j'ai utilisé l'algorithme sur des mesures de trombones, où la géométrie ainsi que l'impédance acoustique d'entrée était connue, ce qui permettait de valider ou non les résultats.

Un autre instrument réel, un pavillon de clarinette Buffet-Crampon, a été utilisé pour cette fois-ci tenter de retrouver la géométrie. Seul le rayon d'entrée et de sortie de pavillon nous était connu. La mesure de l'impédance m'a été donnée par Alexis Guilloteau, travaillant avec Mickael Jousserand, ingénieur pour Buffet-Crampon.

4.2.1 Pavillon d'un trombone (Courtois 155R)

Le même type de test sans (CU) est effectué sur un pavillon de trombone Courtois 155R qui a été mesuré dans [7]. Une initialisation qui donne une bonne approximation de la géométrie avec $N=5$ tronçons est choisie (comme dans [1]). En imposant les 5 premiers passages de phase par zéro ($14 - 5 = 9$ DDL), l'algorithme conduit aux résultats donnés en figure 4.2. Les résultats sur l'impédance sont significativement meilleurs que ceux présentés dans [1]. Toutefois, il conduit à un profil géométrique avec un rayon sous-estimé (d'un facteur quasi-constant). Remarquons que la sensibilité de l'impédance à un tel facteur est assez limitée : ce facteur modifie légèrement le coefficient des pertes et les caractéristiques du rayonnement mais il n'a aucun effet sur les fréquences de coupures dues au paramètre d'évasement Υ .

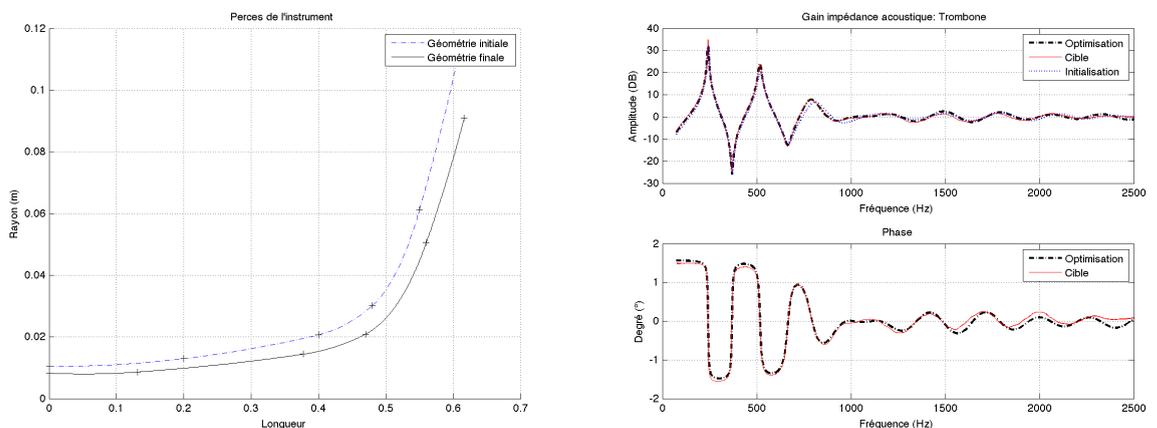


FIGURE 4.2: Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation

Afin de supprimer ce problème de sous-estimation, la valeur mesurée du rayon d'entrée est en plus imposée dans un second test (une CU, $14 - 5 - 1 = 8$ DDL). Les résultats sont présentés en figure 4.6. On observe que cette contrainte a pour effet principal de

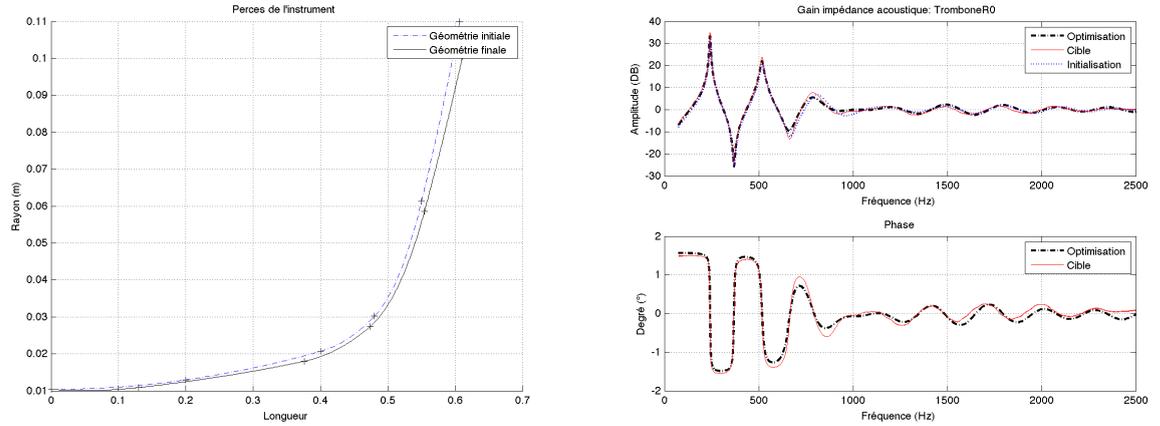


FIGURE 4.3: Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation avec R_0

dégrader la qualité d'approximation du troisième pic d'impédance mais que le profil est significativement mieux dimensionné.

Sur cet exemple, l'étape 3 de l'algorithme permet d'affiner les résultats spécialement dans le voisinage des pics.

4.2.2 Cas d'un pavillon de clarinette

La même étude est conduite sur un pavillon de clarinette pour $N = 2$ tronçons et 2 contraintes (CPZ) limitées aux deux premières résonances. Elle conduit aux résultats représentés en figures 4.4 (sans (CU), $6 - 2 = 4$ DDL) et 4.5 (avec R_0 imposé, $6 - 2 - 1 = 3$ DDL). La dégradation apportée par la contrainte sur R_0 est de sur-estimer l'amplitude du premier pic de résonance et d'allonger significativement la longueur du pavillon.

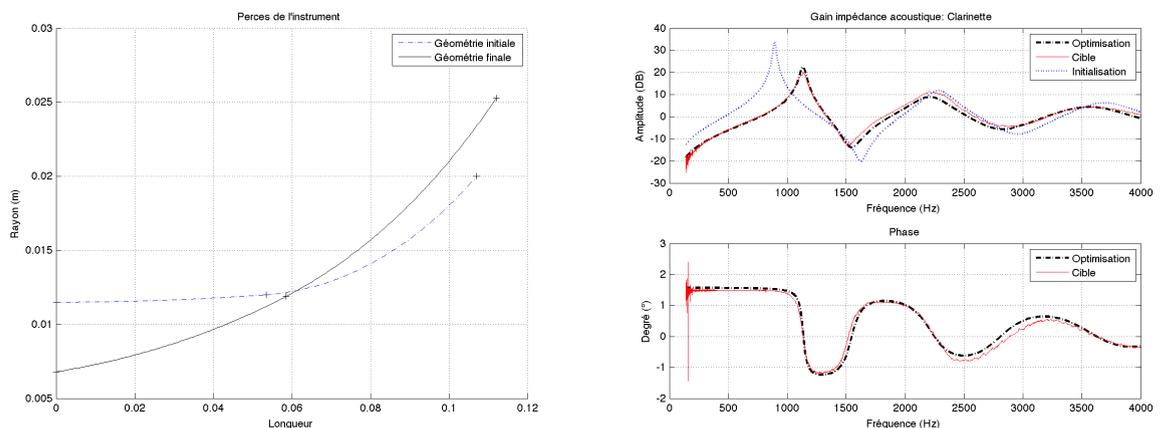
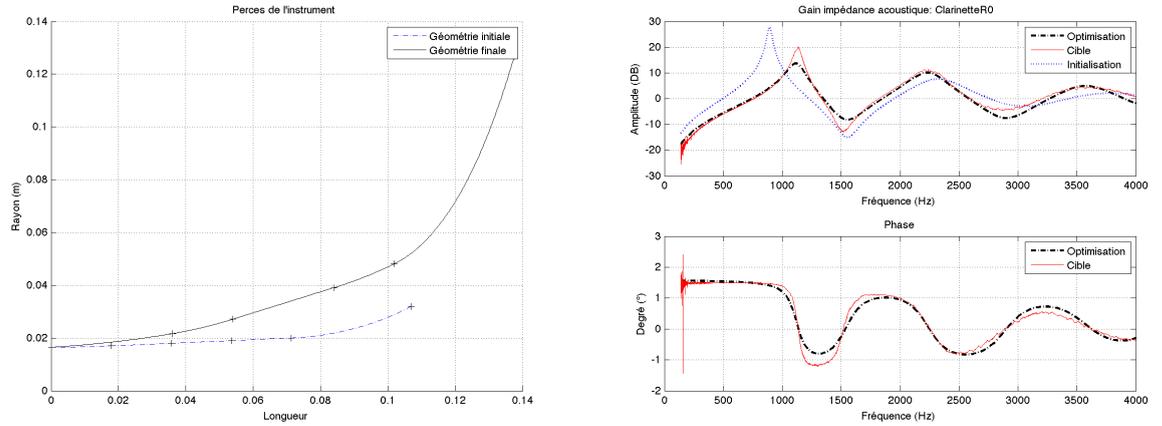


FIGURE 4.4: Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation sans CU sur R_0

Ce travail a été présenté lors du CFA 2014 à POITIERS.


 FIGURE 4.5: Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation avec R_0

4.3 Optimisation de perces sur des cibles simples ou idéalisées

Dans ce chapitre, la question est de savoir quelle géométrie notre perce aura-elle dans notre espace de configuration pour se rapprocher le plus fidèlement d'une impédance acoustique idéale. Du fait que l'impédance soit idéal (impédance sans partie imaginaire) nous savons qu'il n'est physiquement pas possible de reproduire une telle impédance. Nous cherchons donc, dans notre espace de configuration, à établir une perce proche de l'idéal.

4.3.1 Impédance idéale d'un cône

4.3.1.1 Matrice de transfert d'un tronc de cône

Dans [8] nous retrouvons les matrices de transfert dans le cas d'équation sans perte :

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ U_2 \end{bmatrix}, \text{ où} \quad (4.1)$$

$$A = \frac{R_2}{R_1} \cos kl - \frac{\sin kl}{kx_1} \quad (4.2)$$

$$B = j \frac{\rho c}{\pi R_1 R_2} \sin kl \quad (4.3)$$

$$C = \frac{\pi R_1 R_2}{\rho c} \left[j \sin kl \left(1 + \frac{1}{k^2 x_1 x_2} \right) + \frac{\cos kl}{jk} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) \right] \quad (4.4)$$

$$D = \frac{R_1}{R_2} \cos kl + \frac{\sin kl}{kx_2} \quad (4.5)$$

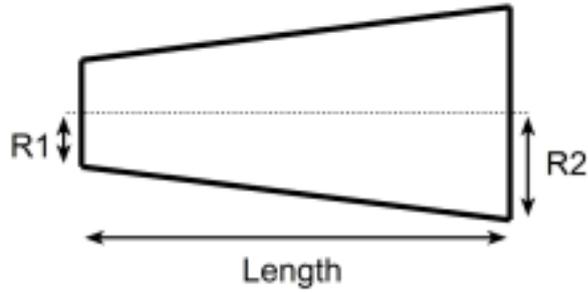


FIGURE 4.6: Description d'un cône

4.3.1.2 Impédance de charge

Pour ce chapitre nous utilisons encore une fois un modèle simpliste où l'impédance de charge en fin d'instrument est constant :

$$Z_2 = \frac{P_2}{U_2} = Cte \tag{4.6}$$

Avec 4.1 et 4.6 nous pouvons trouver l'impédance d'entrée Z_1 :

$$Z_1 = \frac{Z * A + B}{Z * C + D} \tag{4.7}$$

4.3.1.3 Résultats

Cette impédance, réelle et idéal et ainsi utilisée comme impédance cible dans l'optimisation de 3.4.1. Les resultats sont visibles sur la figure B.1

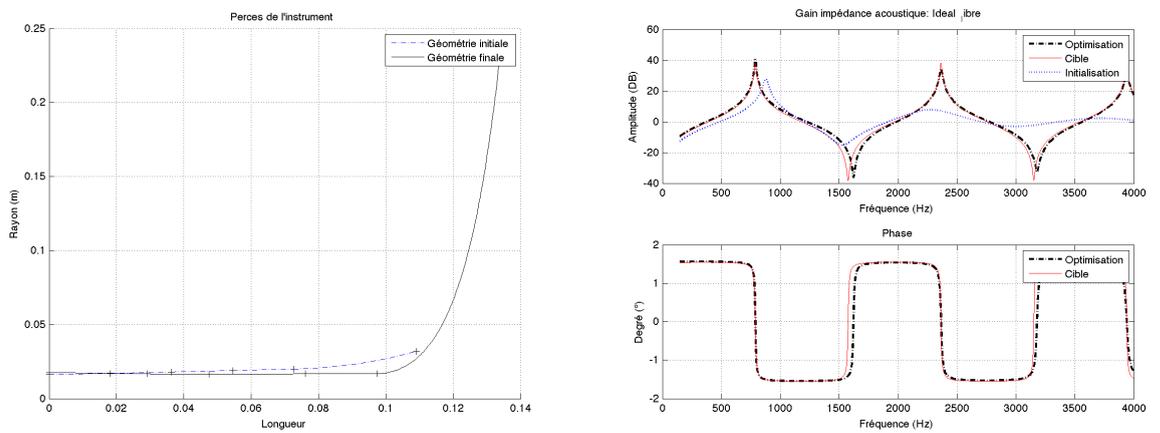


FIGURE 4.7: Géométrie / impédance initiale et finale de l'optimisation avec R_0 sur une impédance idéale

Nous constatons que l'algorithme à tendance à sur-dimensionner la valeur du rayon de sortie du pavillon.

Chapitre 5

Conclusion

5.1 Perspectives

Dans cet article, une méthode d'estimation paramétrique de perce régulière d'instruments à vent à partir d'une impédance acoustique d'entrée a été réalisée. Cette méthode repose sur un modèle paramétrique et un algorithme composé d'une séquence d'optimisations de fonctions de coût à exigences progressives. Les résultats montrent que l'estimation permet de retrouver des impédances acoustiques proches des cibles mesurées mais que pour assurer le réalisme de la géométrie, il est nécessaire d'imposer une contrainte sur le rayon en un point (typiquement à l'entrée).

Les perspectives de ce travail sont multiples. Un travail important sur la robustesse de la méthode et une analyse de sensibilité en les paramètres sont à prévoir. Du point de vue pratique, une perspective importante est d'élargir la classe des perces représentées pour traiter des instruments réalistes complets : un dictionnaire rassemblant des modèles connus de composants acoustiques, compatibles avec la méthode en matrice de transfert, est en cours de constitution.

Annexe A

Introduction au splines

A.1 Rappels sur les splines polynomiaux

Dans le domaine mathématique de l'analyse numérique, une spline est une fonction définie par morceaux par des polynômes. Dans les problèmes d'interpolation, la méthode des splines est souvent préférée à l'interpolation polynomiale, car on obtient des résultats similaires en se servant de polynômes ayant des degrés inférieurs, tout en évitant le phénomène de Runge.??

Définition

On appelle spline cubique d'interpolation une fonction notée g , qui vérifie les propriétés suivantes :

- $g \in C^2[a, b]$
- g coïncide sur chaque intervalle $[x_i; x_{i+1}]$ avec un polynôme de degré inférieur ou égale à 2.
- $g(x_i) = y_i$ pour $i = 0 \dots n$

A.2 Exemple explicatif

Soit une perçe de longueur L . On pose l_0, l_1, \dots, l_N avec $l_0 < l_1 < \dots < l_N = L$ des points de l'axe des abscisse (curviligne) associées à une valeur R_0, R_1, \dots, R_N . On recherche la courbe R constituée de fonctions polynomiales d'ordre 2 sur les intervalles $[l_i, l_{i+1}]$ de telle sorte que la courbe soit de classe C^1 . Sur les N intervalles nous avons donc une fonction de type :

$$P_n(l) = A_n l^2 + B_n l + C_n$$

A.2.1 Degrés de liberté

Nous avons N polynômes à 3 coefficients, ce qui donne $3N$ paramètres à fixer. Les équations dont nous disposons viennent de la continuité de la courbe polynomiale aux points $l_i \forall i \in [[1; N - 1]]$ à gauche et à droite des points, ce qui donne $2N - 2$ équations, auxquelles nous ajoutons la continuité en l_0 et l_N , soit $2N$ équations. La continuité des dérivées aux points $l_i \forall i \in [[1, N - 1]]$ nous ajoute $N - 1$ autres équations. Nous obtenons au total $3N - 1$ équations, ce qui nous donne 1 degré de liberté. Pour des raisons pratiques, nous utilisons ce degré de liberté en choisissant la valeur de la dérivée à gauche du tronçon, c'est à dire en l_0 .

A.2.2 Base adaptée

Au lieu d'utiliser la base canonique des polynôme d'ordre 2, à savoir $[1, \mathbf{X}, \mathbf{X}^2]$ nous allons utiliser une base adaptée au problème. L'idée est d'avoir un terme qui "s'occupe" de la partie continuité à gauche, un autre terme qui "s'occupe" de la partie droite de la continuité et un dernier terme qui "s'occupe" de la continuité de la dérivée gauche. Prenons donc :

$$P_n(l) = R_{n-1}(1-l)^2 + R_n l^2 + \xi_n l(l-1)$$

Nous n'avons plus besoin des équations de continuité avec cette base. Il suffit d'écrire l'équation de continuité de la dérivée. On veut : $R'_{n-1}(1) = R'_n(0)$ Ce qui donne l'équation suivante :

$$\xi_n = \left[2R_{n-1} \left(1 + \frac{L_n}{L_{n-1}} \right) - \xi_{n-1} \frac{L_n}{L_{n-1}} \right]$$

Notre degré de liberté est $R'_1(0) = T_0$ ce qui donne $\xi_1 = t_0 l_1 - 2R_0$. Nous pouvons obtenir par récurrence les valeurs des dérivées successives aux jonctions.

Annexe B

Knowledge Management

B.1 Besoin

Une difficulté visible lors de l'élaboration de l'optimisation sur modèle des perces à profils doux et C^1 par morceau était la récolte d'informations. En effet, même si l'acoustique des instrument est encore assez jeune, de nombreux articles ou thèses traitent d'une spécificité d'un instrument. Le projet CAGIMA dont mon stage faisait partie a pour but de s'intéresser aux défauts de justesse et d'homogénéité d'émission et de timbre des instruments de musique à anche tant du point de vue de celui qui les joue que de celui qui les fabrique et vise à intégrer au mieux les contraintes relatives à chacun d'eux. Il fallait donc pouvoir en amont récolter les différents flux d'informations afin de pouvoir les utiliser rapidement.

J'ai du pendant mon stage initier une méthode pour permettre au projet de percevoir, d'identifier et d'organiser les connaissances entre les membres des organisations jouant un rôle dans le projet.

Il fallait, dans un premier temps récolter les sources, pour ensuite les vérifier, les structurer et les partager sous un même formalisme. Le temps de mon stage n'étant pas suffisant pour compléter cette démarche, du fait d'une certaine inertie qu'il peut y avoir dans tout projet, et dans une organisation en général. Mais mon travail est une base du travail à terminer sur la gestion des connaissances.

B.2 Conventions, Variables de Kirchhoff, systèmes élémentaires et principe de connexion

B.2.0.1 Quelques éléments d'analyse complexe

Nous travaillons avec des systèmes acoustiques causaux stables de sorte que toutes les fonctions de transfert décrites ci-dessous sont analytiques dans le demi-plan droit de Laplace $s \in CC_0^+$ où $CC_\alpha^+ = \{s \in CC \mid \Re(s) > \alpha\}$. Par exemple, une implication est que la dérivation fractionnaire d'ordre $1/2$ utilisée pour les pertes visco-thermiques est donnée \sqrt{s} où la racine carrée est le prolongement analytique sur C_0^+ de la racine carrée positive sur R^+ .

Remarque : Sur l'axe de Fourier $s = I\omega$, ceci ne laisse aucun choix. Si $\omega > 0$, la dérivation fractionnaire causale est donnée par $\frac{1+I}{\sqrt{2}}\sqrt{\omega}$ et non son complexe conjugué.

Autant que possible, les modèles ci-dessous seront donnés en fonction de la variable de Laplace s dans le plan de Laplace plutôt que sur l'axe de Fourier $I\omega$: on évite ainsi bien des ennuis car rien n'est fixé par une convention arbitraire sur une représentation d'ondes "mono-chromatiques" mais par des propriétés de systèmes physiques (causalité et stabilité).

B.2.0.2 Variables de Kirchhoff, systèmes multi-ports et convention

On représente l'état acoustique en un point d'intérêt par les variables de pression et de débit dans le domaine de Laplace $X = [P, U]^T$ où P est la pression acoustique et U est le débit **entrant** dans le système par le port (/l'interface) considéré.

Pour un port simple, on note $Z(s)$ l'impédance associée et $Y(s) = 1/Z(s)$ l'admittance associée.

Pour un port double, on note $T(s)$ la matrice 2×2 associée.

B.3 Constantes physiques utilisées et notations

Température de référence $T_0 = 273.15K$.

Quantité	Description	Précision	Valeur (pour $T = 298.66$ K)	Unité
$c = 331.5\sqrt{T/T_0}$	célérité du son	$\pm 0.015\%$	346.63	m.s^{-1}
$\rho = 1.2929 T_0/T$	masse volumique de l'air	$\pm 0.01\%$	1.18	Kg.m^{-3}
$\mu = 1.708 \times 10^{-5}(1 + 0.0029(T - T_0))$	viscosité	$\pm 2\%$	1.834×10^{-5}	$\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
$\kappa = 0.0241(1 + 0.0033(T - T_0))$	conductivité thermique [†]	$\pm 9\%$	0.0261	$\text{J.m}^{-1}.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$C_P = 0.24$	capacité calorifique spécifique à pression constante	$\pm 0.1\%$	0.24	$\text{Cal.g}^{-1}.\text{°C}^{-1}$
$\gamma = 1.402$	ratio de capacités calorifiques	$\pm 0.1\%$	1.402	adim.
$C_V = C_P/\gamma$	capacité calorifique spécifique à volume constant	$\pm 0.1\%$	0.1712	$\text{Cal.g}^{-1}.\text{°C}^{-1}$
$l_v = \mu/(\rho c)$ (cf. [8, (5.133) p.210])	épaisseur caractéristique de la couche visqueuse	$\pm 2\%$	4.4751×10^{-8}	m
$P_r = 0.71$	nombre de Prandtl	\times	0.71	adim.
$l_t = l_v/P_r$	épaisseur caractéristique de la couche thermique	\times	6.303×10^{-8}	m

TABLE B.1: Constantes physiques caractéristiques de l'air extraites de [8, p.212]. Les valeurs numériques sont obtenues pour la température absolue $T = 298.66$ K (25.6°C) déduite de la calibration du banc d'impédance par P. Eveno (cf. [?]), lors de mesures sur un pavillon de trombone.

[†] La conductivité thermique $\kappa = 5.77 \times 10^{-5}(1 + 0.0033(T - T_0))$ $\text{Cal.cm}^{-1}.\text{s}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ donnée dans [8] a été convertie en $\text{J.m}^{-1}.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-1}$ en prenant pour référence la calorie thermochimique $1 \text{ Cal}_{th} \approx 4.184 \text{ J}$.

Quantité	Description	Unité
R_g, R_d	Respectivement, rayons des extrémités gauche et droit du tubes	m
L	Longueur totale du tube	m
Υ	Constante sur le tube	m^{-2}
$p_g(s), p_d(s)$	Pression é gauche et é droite du tube,(domaine de Laplace)	Pa
$u_g(s), u_d(s)$	Débit volumique(gauche droit) du tube,(domaine de Laplace)	m^3/s
$\epsilon = K_{vh}\sqrt{1 - \mathcal{R}'(l)^2/\mathcal{R}(l)}$	NA	adim.
$K_{vh} = \sqrt{l'_v + (\gamma - 1)\sqrt{l_h}}$	NA	adim.
$\gamma = C_p/C_v$	rapport spécifique de chaleur	adim.
$l'_v = \mu_0/(\rho_0 c)$	longueur caractéristique	m.
$l_h = \lambda/(\rho_0 c C_p)$	longueur caractéristique	m.
$\theta = \log(\frac{R_s}{R_e})$	NA	adim.
$\underline{\rho} = \frac{\sqrt{R_e R_s}}{L}$	NA	adim.

TABLE B.2: Données

B.3.1 Constitution d'un dictionnaire de composants

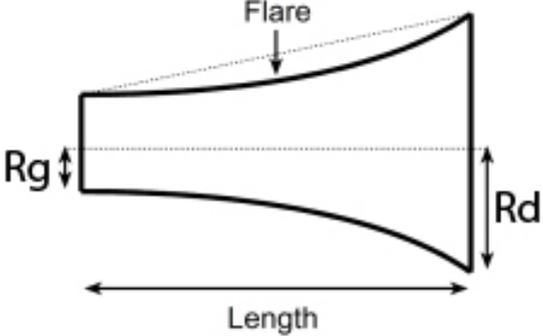
Une approche proposée par Thomas Hélie était la constitution d'un dictionnaire de composants, c'est à dire de recenser tous les types et les compositions d'instrument, mis sous un même formalisme pour faciliter la création d'instrument sur la base de modèles physiques établies. Les critères demandés à nos modèle était de garantir une passivité totale. Ainsi les modèles pourront être utilisé pour du Hamiltonien à port, travail en cours de thèse par Antoine Falaize. De nombreuses référence ont été vu. Une étude plus approfondie a été faite sur les coudes et les jonctions.(notament avec [9] , [10], [11] pour les coudes et [12] [13] [14] pour les jonctions)

La structure du dictionnaire est choisie pour être le plus claire possible, en mettant en place les hypothèse, notations... en début du dictionnaire. Enfin, nous mettons en place des fiches techniques pour chaque élément de l'instrument classé par thématique (Jonction, rayonnement, profil de perce...). Dans ses fiches techniques se trouvent toutes les informations nécessaire pour pouvoir utiliser l'élément dans la création d'un modèle d'instrument.

B.4 Dictionnaire

Dans cette section, nous regroupons sous forme de nomenclature les éléments qui composent un instrument à vent.

B.4.1 Tronçon à $R''/R = \Upsilon$ constant

Nom : Tronçon à $R''/R = \Upsilon$ constant		Nomenclature
Type :	Tube	
Convention	$(P, \pi R^2 v)$	
Paramètres : R_g, R_d, L, Υ		
R_g, R_d, L, Υ		
Espace de Configuration :		
$R_i > 0, \omega^2 > -\pi^2, L > 0$		
Descriptif :		
Description d'un tube à pente continue		
		
Perce (curviligne) : $\mathcal{R}(x) = R_g S_\omega \left(1 - \frac{x-l_g}{L}\right) + R_d S_\omega \left(\frac{x-l_g}{L}\right)$		
Avec $S_\omega(x) = \frac{\sinh(\omega x)}{\sinh(\omega)}$		
Modèle :		Variables :
$\begin{bmatrix} p_d(s) \\ u_d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{T}_p(s) & \mathcal{T}_{v,p}(s) \\ \mathcal{T}_{p,v}(s) & \mathcal{T}_v(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_g(s) \\ u_g(s) \end{bmatrix}$		$\theta = \log\left(\frac{R_d}{R_g}\right)$
$\mathcal{T}_p(s) = e^{-\theta} \begin{bmatrix} \phi_1(\Gamma(s)^2) + \zeta_e \phi_2(\Gamma(s)^2) \\ \mathcal{T}_v(s) = e^{-\theta} \begin{bmatrix} \phi_1(\Gamma(s)^2) - \zeta_s \phi_2(\Gamma(s)^2) \end{bmatrix}$		$\Gamma(s) = \Gamma(s)L$
$\mathcal{T}_{p,v}(s) = \frac{e^{-\theta}}{c_0 \rho_0 s} \left[(\zeta_d - \zeta_g) \phi_1(\Gamma(s)^2) - (\zeta_d \zeta_g - \Gamma(s)^2) \phi_2(\Gamma(s)^2) \right]$		$\omega^2 = \Upsilon L^2$
$\mathcal{T}_{v,p}(s) = -e^{-\theta} c_0 \rho_0 s \phi_2(\Gamma(s)^2)$		$s = \frac{sL}{c_0}$
		$\zeta_g = \zeta_g L = F(\theta^2, \omega^2) + \frac{\sinh(\theta)}{\phi_2(\omega^2)}$
		$\zeta_d = \zeta_d L = -\zeta_g$
		$\phi_1(x) = \frac{\sinh(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$
		$\phi_2(x) = \cosh(\sqrt{x})$
		$F(\theta^2, \omega^2) = \frac{\phi_1(\theta^2) - \phi_1(\omega^2)}{\phi_2(\omega^2)}$
Propriétés :		
-Réponse impulsionnelle Continue		
-Stable et causal pour $R > 0$ et $\omega > -\pi^2$		
-La matrice $\mathcal{T}_{b,a}$ définit un opérateur causal stable pour les profils positifs, c'est-à-dire tels que		
$\mathcal{R}(a) > 0, \mathcal{R}(b) > 0$ and $(b-a)^2 \Upsilon > -\pi$		
Commentaires :		
ACTA ACOUSTICA 99 p.963		

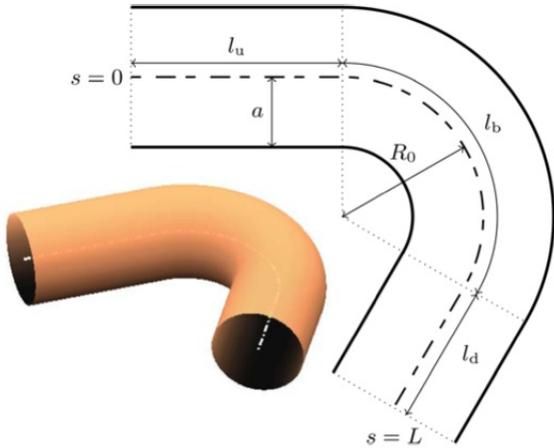
B.4.2 Tube à $R''/R = \Upsilon$ constant par morceau

Nom : Tube à $R''/R = \Upsilon$ constant par morceau		Nomenclature
Type :	Tube	
Convention	$(P, \pi R^2 v)$	
Variables :		
$R_k, L_n, \Upsilon_n, n \in [1..N]$ et $k \in [0..N]$		
Espace de Configuration : Voir Tube à Υ constant		
Descriptif :		
Description d'un tube constitué d'un plusieurs tube à Υ constant		
Modèle :		Variables :
Matrice de transfert : voir Raccord de tube C^1		
Perce : Voir tube à Υ constant		
Propriétés :		
Commentaires :		
Ce modèle n'apporte pas d'informations supplémentaires d'un point de vue physique, mais est nécessaire pour une implémentation informatique.		

B.4.3 Jonction à N portes

Jonction à N portes		Nomenclature
Type :	Raccord	
Convention	(p^+, p^-)	
Paramètres :		
ondes aller p_n^+ v ariables connues		
Espace de Configuration :		
empty		
Descriptif :		
Modélisation simple d'une jonction à N porte		
Modèle :		Variables :
$P^+ = J_N P^-$		
$J_n = \left(\frac{2}{N} 1_N - I_N\right)$		
Propriétés :		
Commentaires :		

B.4.4 Coudes

Nom : Coudes		Nomenclature
Type :	Raccord	
Convention	(P, U)	
Paramètres :		
$R_0, a; l_u, l_d$		
Espace de Configuration :		
vide		
Descriptif :		
Modèle de description d'un coude		
		
Modèle :		Variables :
$\begin{bmatrix} p_d(s) \\ u_d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{T}_p(s) & \mathcal{T}_{v,p}(s) \\ \mathcal{T}_{p,v}(s) & \mathcal{T}_v(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_g(s) \\ u_g(s) \end{bmatrix}$ $\mathcal{T}_p(s) = \cosh(\underline{\Gamma}(s))$ $\mathcal{T}_v(s) = Z_c \sinh(\underline{\Gamma}(s))$ $\mathcal{T}_{p,v}(s) = Z_c^{-1} \sinh(\underline{\Gamma}(s))$ $\mathcal{T}_{v,p}(s) = \cosh(\underline{\Gamma}(s))$		$L = l_v$ $\underline{\Gamma}(s) = \Gamma(s)L$ $\Gamma^2 = \frac{s^2}{c_0^2} \frac{\rho_c}{\rho_0}$ $\underline{s} = \frac{sL}{c_0}$ $K = \frac{a}{R_0}$ $\beta = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} = 0.5$
Effet de la courbure :		
$\frac{\rho_c}{\rho_0} = 1 + (\beta K)^2 + 0.5 \xi^{-2} \left[(1 - 8(\beta K)^2 (\xi^2 - 2\xi^4))^{1/2} - 1 \right]$		
Propriétés :		
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\rho_c}{\rho_0} = (1 + \beta K)^2$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\rho_c}{\rho_0} = 1 - (\beta K)^2$ $K < K^* \ll \frac{1}{\beta}$		
Commentaires :		
L'équation donnant lieu à Γ est différente de celle donnée pour les Υ constant		

B.4.5 Embouchure

Nom : Embouchure		Nomenclature
Type :	Embout	
Convention	(P, U)	
Paramètres :		
r_m, r_s, L_s		
Espace de Configuration :		
vide.		
Descriptif :		
Modèle d'embouchure		
Modèle :		Variables :
$\begin{bmatrix} P \\ U \end{bmatrix} = \mathcal{E}(s) \begin{bmatrix} P_e \\ U_e \end{bmatrix}$ $\mathcal{E}(s) = \begin{bmatrix} \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} & -Z_2 \\ \frac{-1}{Z_1} & 1 \end{bmatrix}$		$C_a = \frac{V_m}{\rho_0 c_0^2}$ $M_a = \frac{\rho_0 L_s}{\pi r_s^2}$ $R_a = \frac{8\mu L_s}{\pi r_s^4}$ $Z_1(s) = \frac{1}{sC_a}$ $Z_2 = R_a + sM_a$ $\mu = 1.8 * 10^{-5}$
Propriétés :		
-Stable et causal -Passif -Approximation basse fréquence		
Commentaires :		

B.4.6 Trous cylindriques

Nom :Trous cylindriques		Nomenclature
Type :	Trous	
Convention	(P, U)	
Paramètres :		
<i>EMPTY</i>		
Espace de Configuration :		
Empty		
Descriptif :		
Description des modèles de trous cylindriques		
Modèle :		Variables :
$\begin{bmatrix} p_1(s) \\ u_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{T}_{11}(s) & \mathcal{T}_{12}(s) \\ \mathcal{T}_{21}(s) & \mathcal{T}_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix}$		$Z_a(s) = sm_a$
$\mathcal{T}_{11} = \frac{-2(Z_s + Z_3) + Z_a}{Z_a}$		$Z_s(s) = sm_s$
$\mathcal{T}_{12} = 4(Z_s + Z_3)$		$\delta = \frac{a}{b}$
$\mathcal{T}_{21} = \frac{-2(Z_s + Z_3 + Z_a)}{Z_a}$		$m_s = \rho \frac{t_s}{\pi b^2}$ avec
$\mathcal{T}_{22} = \frac{4(Z_s + Z_3) + Z_a}{Z_a}$		$\frac{t_s}{b} = 0,82 - 0,0193\delta - 1,09\delta^2 + 1,27\delta^3 - 0,71\delta^4$
		$m_a = \rho \frac{t_a}{\pi a^2}$ avec $\frac{t_a}{b} = [-0,37 + 0,087\delta] \delta^2$
		$Z_3 = \text{voir propriétés}$
Propriétés :		
Trous fermé : $Z_3 = -j\rho c S_3^{-1} \cot k(h + t_w)$,		
avec $t_w = \frac{b\delta}{8} [1 + 0.207\delta^3]$.		
Trou ouvert : $Z_3 \simeq \rho c S_3^{-1} \frac{j \tan[k(h+t_w)] + Z_R S_3 / \rho c}{1 + j \tan[k(h+t_w)] Z_R S_3 / \rho c}$		
où Z_R est l'impédance de rayonnement du trou. On prendra, faute de mieux, l'impédance de rayonnement d'un tuyau dans un écran infini.		
Commentaires :		

B.4.7 Trous non cylindriques

Nom :Trous cylindriques		Nomenclature
Type :	Trous	
Convention	(P,U)	
Paramètres :		
<i>EMPTY</i>		
Espace de Configuration :		
Empty		
Descriptif :		
Description des modèles de trous cylindriques		
Modèle :		Variables :
$\begin{bmatrix} p_1(s) \\ u_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{T}_{11}(s) & \mathcal{T}_{12}(s) \\ \mathcal{T}_{21}(s) & \mathcal{T}_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix}$		$Z_a(s) = sm_a$
$\mathcal{T}_{11} = \frac{-2(Z_s+Z_3)+Z_a}{Z_a}$		$Z_s(s) = sm_s$
$\mathcal{T}_{12} = 4(Z_s + Z_3)$		$\delta = \frac{a}{b}$
$\mathcal{T}_{21} = \frac{-2(Z_s+Z_3+Z_a)}{Z_a}$		$m_s = \rho \frac{t_s}{\pi b^2} \text{ avec}$
$\mathcal{T}_{22} = \frac{4(Z_s+Z_3)+Z_a}{Z_a}$		$\frac{t_s}{b} = 0,82 - 0,0193\delta - 1,09\delta^2 + 1,27\delta^3 - 0,71\delta^4$
		$m_a = \rho \frac{t_a}{\pi a^2} \text{ avec } \frac{t_a}{b} = [-0,37 + 0,087\delta] \delta^2$
		$Z_3 = \text{voir propriétés}$
Propriétés :		
Trous fermé : $Z_3 = -j\rho c \frac{1}{k(V_3+t_w S_3)}$		
Trou ouvert : $Z_3 \simeq Z_R + j\omega\rho \left[\int \frac{dx}{S(x)} + \frac{t_w}{S_3} \right]$		
Commentaires :		

B.4.8 Rayonnement d'une sphère pulsante

Nom : Sphère pulsante modèle 2		Nomenclature
Type :	Rayonnement	
Convention	$(P, \pi R^2 v)$	
Paramètres :		
r_0, θ_0		
Espace de Configuration :		
Fonctionne bien pour des valeurs de θ allant de ... à ...		
Descriptif :		
Description du rayonnement d'une sphère pulsante		
Modèle :		Variables :
$Z_{M2}(s) = \frac{i\alpha \frac{s}{s_c} - (\frac{s}{s_c})^2}{1 + 2i\xi \frac{s}{s_c} - (\frac{s}{s_c})^2}$		$\underline{s} = 2\pi i \underline{\nu}$ $\underline{\nu} = 2f \frac{r_0}{c}$
$\xi(\theta_0) = 0.0207\theta_0^4 - 0.144\theta_0^3 + 0.221\theta_0^2 + 0.0799\theta_0 + 0.072$ $\alpha(\theta_0) = [0.1113\theta_0^5 - 0.6360\theta_0^4 + 1.162\theta_0^3 - 1.242\theta_0^2 + 1.083\theta_0 + 0.8788]^{-1}$ $s_c = 2\pi i * [-0.198\theta_0^5 + 0.2607\theta_0^4 - 0.4240\theta_0^3 - 0.07946\theta_0^2 + 4.704\theta_0 + 0.022]^{-1}$		
Propriétés :		
-Causal et Stable -Passif(Acta 2013) $\lim_{x \rightarrow 0} Z(i\nu) = 0$ $\lim_{x \rightarrow \infty} Z(i\nu) = 1$		
Commentaires :		
ACTA ACOUSTICA 99 p.966		

B.5 Composants supplémentaires

Lors des études bibliographiques, nous avons constaté que des composants n'avaient aucune méthode pour une détermination paramétrique. J'ai donc commencé par quelques composants, dont le principal était l'embouchure.

B.5.1 Jonction et trou

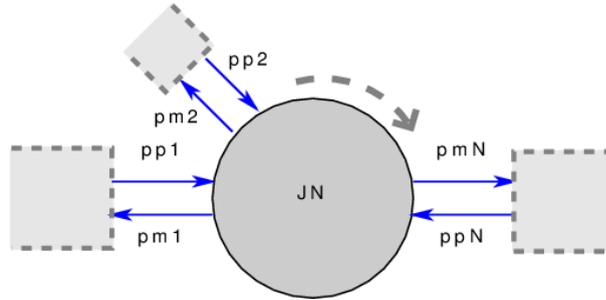


FIGURE B.1: Jonction à N portes

B.5.2 L'embouchure

mise en équation de l'embouchure Nous reprenons les travaux faits dans la thèse de R.Mignot sur la modélisation de l'embouchure. Des mesures sont à faire pour avoir l'ordre de grandeurs des valeurs à prendre

$$p_e = Z_1 U_e - Z_1 U$$

$$p = Z_1 U_e - (Z_1 + Z_2) U$$

on modifie les deux équations

$$p = -Z_2 U_e + p_e \frac{(Z_1 + Z_2)}{Z_1}$$

$$U = U_e - \frac{P_e}{Z_1}$$

Mais aussi on a :

$$p = -Z_2 \frac{v_e}{\pi r_s^2} + p_e \frac{(Z_1 + Z_2)}{Z_1}$$

$$V = \pi r_s^2 \left(\frac{v_e}{\pi r_s^2} - \frac{P_e}{Z_1} \right)$$

Mais aussi on a :

$$p_e = p + Z_2 U$$

$$U_e = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} U + \frac{p}{Z_1}$$

B.6 L'embouchure

Malgré sa petite taille, l'embouchure est une pièce importante pour l'enveloppe de l'impédance d'entrée. Nous essayons de déterminer les données géométriques de l'embouchure via la mesure de l'impédance de l'instrument. Pour cela, nous déterminons Z_{in} en fonction de Z_{tube} , représentant l'impédance de l'instrument sans l'embouchure, et des données géométriques de l'embouchures. Un développement limité lorsque $Y_{tub} = 1/Z_{tub}^< < 1$ nous donne une forme approché de l'impédance là où se situent les pics . Une détermination graphique nous donnera donc les valeurs des différentes données voulues.

B.6.0.1 Equation approchée

$$\begin{bmatrix} p_{sortie}(s) \\ v_{sortie}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_p(s) & \mathcal{P}_{v,p}(s) \\ \mathcal{P}_{p,v}(s) & \mathcal{P}_v(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\pi R_0^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e11 & e12 \\ e21 & e22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pi R_m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{entree}(s) \\ v_{entree}(s) \end{bmatrix}$$

d'où

$$\begin{bmatrix} \mathcal{P}_p(s) & \mathcal{P}_{v,p}(s) \\ \mathcal{P}_{p,v}(s) & \mathcal{P}_v(s) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_{sortie}(s) \\ v_{sortie}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\pi R_0^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e11 & e12 \\ e21 & e22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pi R_m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{entree}(s) \\ v_{entree}(s) \end{bmatrix}$$

et

$$\begin{bmatrix} Z_{tub} v_{sortie}(s) \\ v_{sortie}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\pi R_0^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e11 & e12 \\ e21 & e22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pi R_m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{entree}(s) \\ v_{entree}(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{tub} v_{sortie}(s) \\ v_{sortie}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e11 & e12 \\ \frac{e21}{\pi R_0^2} & \frac{e22}{\pi R_0^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{in} \\ \pi R_m^2 \end{bmatrix} V_e$$

Ce qui donne

$$Z_{tube} = \frac{Z_{in}e_{11} + \pi R_m^2 e_{12}}{Z_{in}e_{21}/\pi R_0^2 + e_{22}R_m^2/R_0^2}$$

avec

$$e_{11} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1}$$

$$e_{12} = -Z_2$$

$$e_{21} = -\frac{1}{Z_1}$$

$$e_{22} = 1$$

nous explicitons Z_{in} :

$$Z_{in} = \frac{Z_2\pi R_m^2 + Z_{tub}R_m^2/R_0^2}{Z_{tub}/\pi R_0^2 Z_1 + (Z_1 + Z_2)/Z_1}$$

$$Z_{in} = \frac{\pi^2 R_0^2 R_m^2 [R_a + sM_a] + Z_{tub}R_m^2 \pi^2}{Z_{tub}sC_a + \pi R_0^2 + (R_a + sM_a)sC_a \pi R_0^2}$$

Donc :

$$Z_{in} = \frac{\pi^2 R_0^2 R_m^2 [R_a + sM_a] + Z_{tub}R_m^2 \pi^2}{Z_{tub}sC_a + \pi R_0^2 + (R_a + sM_a)sC_a \pi R_0^2}$$

$$Z_{in} = \frac{Y_{tub}\pi^2 R_0^2 R_m^2 [R_a + sM_a] + R_m^2 \pi^2}{sC_a + Y_{tub}(\pi R_0^2 + (R_a + sM_a)sC_a \pi R_0^2)}$$

Un developpement limité de Y_{tub} en zéro nous donne :

$$Z_{in} = \frac{R_m^2 \pi}{sC_a} + Y_{tub} \frac{\pi R_0^2 R_m^2 [R_a + sM_a]}{\pi R_0^2 + (R_a + sM)sC_a \pi R_0^2} + O(Y_{tub})$$

B.7 Format de transmission de données

B.7.1 Objectifs

Du fait de l'hétérogénéité des personnes travaillant les instruments de musique (musicien, luthiers, chercheurs...) il est bien souvent difficile de mettre en lien les différentes personnes entre elles et qu'elle se fassent comprendre. Je devais donc chercher un format informatique de transmission de données pour la géométrie des instruments à vents. Une proposition retenue est l'utilisation d'un format standard en informatique, le langage XML

B.7.2 Le XML

L'Extensible Markup Language (XML), ou « langage de balisage extensible » est un langage informatique de balisage générique qui dérive du SGML. Cette syntaxe est dite « extensible » car elle permet de définir différents espaces de noms, c'est-à-dire des langages avec chacun leur vocabulaire et leur grammaire, comme par exemple le XHTML. J'ai décidé de prendre ce langage car il a l'avantage d'être un langage standardisé, riche et populaire.

B.7.2.1 Le XSD

A l'instar d'un diagramme UML pour le langage C, le XSD (ou XML schema) donne l'architecture du format XML utilisé, et permet donc de décrire le format d'un document XML. Plus amples information se trouvent très facilement sur le net. J'ai donc commencé à donner une description d'un instrument sous la forme d'un XML schema. La proposition retenue est donnée en fin de rapport.

Annexe C

Résolution des splines non linéaires

C.1 Continuité de la dérivée

On veut imposer la continuité de la dérivée à la jonction, c'est à dire :

$$\mathcal{R}'_{n-1}(1) = \mathcal{R}'_n(0)$$

ceci se récrit :

$$\frac{R'_{n-1}}{R_{n-1}} = \frac{R_n}{R_{n-1}} * \frac{1}{\phi_2(\omega^2)} - \frac{\phi_1(\omega^2)}{\phi_2(\omega^2)}$$

Ce qui amène à résoudre :

$$f\left(\frac{R_n}{R_{n-1}}, w^2\right) - \frac{R'_{n-1}}{R'_{n-1}} = 0$$

c'est à dire

$$f(a, x) - b = 0$$

où

$$f(a, x) = a \frac{\sqrt{x}}{\sinh(\sqrt{x})} - \frac{\sqrt{x}}{\tanh(\sqrt{x})}, \text{ avec } a \in \mathfrak{R}_*^+, b \in \mathfrak{R}, x \in \left] \frac{-\pi^2}{4}, +\infty[\right]$$

On veut alors déterminer w^2 pour a et b fixés. Ceci pose la question d'existence et d'unicité de la solution. Il faut donc montrer que $g_a : x \mapsto f(a, x)$ est bijective de $\left] \frac{-\pi^2}{4}, +\infty[\right]$ vers \mathfrak{R} pour tout a positif. Cela revient à étudier la monotonie ainsi que les bornes de g_a .

C.2 Monotonie de la fonction

D'après [15] g_a est continue sur $D =] - \pi^2, +\infty[$ car $f(a, x)$ peut s'écrire sous la forme $f(a, x) = \frac{a}{\phi_2(x)} - \Phi(x)$. De plus :

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi^2}{4}} f(a, x) = +\infty, \text{ et } \lim_{x \rightarrow \infty} f(a, x) = -\infty$$

La dérivée est donnée par :

$$\partial_x f = \frac{1}{2} \frac{a}{\sqrt{x} \sinh(\sqrt{x})} - \frac{1}{2} \frac{a \cosh(\sqrt{x})}{\sinh^2(\sqrt{x})} - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x} \tanh(\sqrt{x})} + \frac{1}{2} \frac{1 - \tanh^2(\sqrt{x})}{\tanh^2(\sqrt{x})}$$

Pour montrer que la fonction est continue sur D , nous faisons apparaître ϕ_1 et ϕ_2

$$\partial_x f = \frac{1}{2} \frac{a}{x \phi_2(x)} - \frac{1}{2} \frac{a \phi_1(x)}{x \phi_2^2(x)} - \frac{1}{2} \frac{\phi_1(x)}{x \phi_2(x)} + \frac{1}{2} \frac{\phi_1^2(x)}{x \phi_2^2(x)} - \frac{1}{2}$$

Vérifions que la dérivée est continue et définie sur D . Le seul problème peut être en 0 mais un développement limité nous donne :

$$\partial_x f \underset{0}{\sim} \frac{1}{3}$$

La dérivée est donc bien continue sur D (recollement). Montrons à présent que $\partial_x f \leq 0, \forall x \in D$. D'après ?? ,

$$\Phi(x) = \frac{\phi_1(x)}{\phi_2(x)} \text{ et } \Phi(x) \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 0, \Phi(x) \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0$$

Ce qui donne :

$$\partial_x f = \underbrace{\frac{1}{2} \frac{a}{x \phi_2(x)} - \frac{1}{2} \frac{a \phi_1(x)}{x \phi_2^2(x)}}_{\leq 0, \forall x \in D} - \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\phi_1(x)}{x \phi_2(x)} + \frac{1}{2} \frac{\phi_1^2(x)}{x \phi_2^2(x)} - \frac{1}{2}}_{-J(x)}$$

Nous étudions $K(x) = 2J(x)$:

$$K(x) = \frac{\Phi(x)}{x} - \frac{\Phi(x)^2}{x} + 1$$

Par cette écriture nous savons que $K(x)$ est continue sur D avec peut être un problème en 0, mais un développement limité nous donne :

$$K(x) \underset{0}{\sim} \frac{2}{3} - \frac{4}{45}x + O(x^{\frac{3}{2}})$$

Donc $K(x)$ est continue sur D . Supposons qu'il existe un x_0 tel que $K(x_0) = 0$, alors :

$$K(x_0) = \frac{\Phi(x_0)}{x_0} - \frac{\Phi(x_0)^2}{x_0} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow K(x_0) = \frac{\Phi(x_0)}{x_0} - \frac{1}{\tanh(x_0)^2} + 1 = 0$$

$$K(x_0) = 0 \Rightarrow x_0 = \Phi(x_0) \sinh(x_0)^2$$

$$\Rightarrow x_0 = 0$$

L'unique solution pour avoir $K(x) = 0$ est donc $x = 0$, ce qui n'est pas possible, donc $K(x)$ ne change pas de signe. De plus $\lim_{x \rightarrow -\pi^2, x > \pi^2} f(a, x) = +\infty$, donc $K(x) > 0$ sur D , prouvant ainsi que $\partial_x f \leq 0$ sur D .

Ainsi $\boxed{f\left(\frac{R_n}{R_{n-1}}, w^2\right) - \frac{R'_{n-1}}{R'_{n-1}} = 0}$ admet une unique solution.

Bibliographie

- [1] T. Hélie, T. Hézard, R. Mignot, and D. Matignon. One-dimensional acoustic models of horns and comparison with measurements. *Acta acustica united with Acustica*, 99-6 :160–174, 2013.
- [2] T. Hélie and X. Rodet. Radiation of a pulsating portion of a sphere : application to horn radiation. *Acta Acustica united with Acustica*, 89 :565–577, 2003. URL <http://articles.ircam.fr/textes/Helie03b/>.
- [3] D. B. Sharp. *Acoustic pulse reflectometry for the measurement of musical wind instruments*. PhD thesis, University of Edinburgh, 1996.
- [4] J. A. Kemp. *Theoretical and experimental study of wave propagation in brass musical instruments*. PhD thesis, University of Edinburgh, 2002.
- [5] W. Kausel. Bore reconstruction of tubular ducts from its acoustic input impedance curve. *IEEE Trans. on Instrum. and Measurement*, 53(4) :1097–1105, 2004.
- [6] J. Nocedal and S. Wright. *Numerical Optimization*. Springer, 1999.
- [7] P. Eveno. *L'impédance d'entrée pour l'aide à la facture des instruments de musique à vent : mesures, modèles et lien avec les fréquences de jeu*. PhD thesis, UPMC, 2012.
- [8] A. Chaigne and J. Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*. Belin, 2008.
- [9] S. Félix and V. Pagneux. Multimodal analysis of acoustic propagation in three-dimensional bends. *ELSEVIER Science*, 36 :157–168, 2001.
- [10] S. Félix and V. Pagneux. Sound attenuation in lined bends. *Acoustical Society of America*, pages 1921–19318, 2004.
- [11] S. Félix and J-P. Dalmont. Effects of bending portions of the air column on the acoustical resonances of a wind instrument. *Acoustical Society of America*, pages 4164–4172, 2011.

-
- [12] J. Kergomard and A. Garcia. Simple discontinuities in acoustic waveguides at low frequencies : Critical analysis and formulae. *Journal of Sound and Vibration*, 114 : 465–479, 1987.
- [13] Khettabi A. Kergomard, J. and A. Garcia. General formulation of waveguide junctions at low frequencies. *Académie des Sciences*, 319 :887–892, 1994.
- [14] Dubos V. Khettabi A. Kergomard, J. and A. Garcia. Theory of sound propagation in a duct with a branched tube using modal decomposition. *ACTA acoustica*, 85 : 153–169, 1999.
- [15] T.Hélie. Ondes découplées et ondes progressives dans les tubes acoustiques à section variable pour la représentation en guides d’ondes. Master’s thesis, Master ATIAM, 2010.